



แผนการจัดการเรียนรู้แบบสมรรถนะ

วิชา.....คณิตศาสตร์ไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์.....รหัสวิชา.....20000-1403.....

หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ

ประเภทวิชา.....สามัญ.....

จัดทำโดย

นางอมรรรณ แก้วดวงดี

วิทยาลัยการอาชีพบ้านฝื่อ

สำนักงานคณะกรรมการการอาชีวศึกษา

กระทรวงศึกษาธิการ



หลักสูตรรายวิชา

วิชา.....คณิตศาสตร์ไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์...รหัสวิชา.... 20000-1403.....ทฤษฎี. 2 หน่วยกิต..



หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพ



หลักสูตรประกาศนียบัตรวิชาชีพชั้นสูง

จุดประสงค์รายวิชาเพื่อให้

1. รู้และเข้าใจเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สถิติเบื้องต้น การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง การวัดตำแหน่งและการวัดการกระจายของข้อมูล
2. มีทักษะกระบวนการคิดและแก้ปัญหาเกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร สถิติเบื้องต้น การวัดแนวโน้มเข้าสู่ส่วนกลาง การวัดตำแหน่งและการวัดการกระจายของข้อมูล และนำไปประยุกต์ใช้ในงานอาชีพ
3. มีเจตคติและกิจนิสัยที่ดีในการคิด วิเคราะห์ แก้ปัญหาในสถานการณ์ต่าง ๆ อย่างมีระบบ และมีความละเอียดรอบคอบในการปฏิบัติงาน สมรรถนะรายวิชา 1. ประยุกต์ความรู้เกี่ยวกับสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ระบบสมการเชิงเส้นสองตัวแปร ไปใช้ใน

สมรรถนะรายวิชา

1. คาคะเนระยะทางและความสูงโดยใช้อัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนด
2. แก้ปัญหาการวัดโดยใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ
3. ประยุกต์ความรู้เกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นไม่เกินสามตัวแปร
4. ประยุกต์ใช้จำนวนเชิงซ้อนในรูปพิกัดฉากและพิกัดเชิงขั้วในงานอาชีพ
5. ประยุกต์ใช้จำนวนเชิงซ้อนที่อยู่ในรูปเลขยกกำลังและรูปกรณฑ์ในงานอาชีพ
6. ประยุกต์ความรู้เกี่ยวกับมุมและการวัดมุม อัตราส่วนตรีโกณมิติ ตรีโกณมิติของวงกลมหนึ่งหน่วย กฎของไซน์ กฎของโคไซน์ เมทริกซ์ ดีเทอร์มิแนนต์ไม่เกินอันดับสามไปใช้ในงานอาชีพ



หน่วยการจัดการเรียนรู้

ชื่อวิชา คณิตศาสตร์ไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์

รหัสวิชา 20000-1403 ท-ป-น 2-0-2 จำนวนคาบสอน 2 ชั่วโมง : สัปดาห์

สัปดาห์ที่	หน่วยที่	ชื่อหน่วย/รายการสอน	จำนวนคาบ
1	1	มุมและการวัดมุม	2
2-3	2	อัตราส่วนตรีโกณมิติ	4
4-5	3	ตรีโกณมิติในวงกลมหนึ่งหน่วย	4
6-7	4	การประยุกต์ใช้ตรีโกณมิติ	4
8-11	5	จำนวนเชิงซ้อน	8
12-14	6	เมทริกซ์	6
15-16	7	ดีเทอร์มิแนนต์	4
17	8	การแก้ระบบสมการเชิงเส้น	2
18		สอบปลายภาค	2
		รวม	36

สมรรถนะย่อยประจำหน่วยการเรียนรู้

หน่วยการเรียนรู้	สมรรถนะหน่วยการเรียนรู้
หน่วยที่ 1 มุมและการวัดมุม	1.ดำเนินการเกี่ยวกับมุมและการวัดมุมของมุมที่กำหนดให้ 2.คำนวณมุมที่กำหนดให้
หน่วยที่ 2 อัตราส่วนตรีโกณมิติ	1.ดำเนินการและคำนวณเกี่ยวกับฟังก์ชันตรีโกณมิติ 2.ประยุกต์การวัดโดยใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ 3.คาดคะเนระยะทางและความสูงโดยใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ
หน่วยที่ 3 ตรีโกณมิติในวงกลมหนึ่งหน่วย	1. ดำเนินการในคำนวณเกี่ยวกับฟังก์ชันตรีโกณมิติของกลมหนึ่งหน่วย 2. ประยุกต์การวัด โดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติของกลมหนึ่งหน่วย 3. คาดคะเนระยะทางและความสูงโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติของกลมหนึ่งหน่วย
หน่วยที่ 4 การประยุกต์ใช้ตรีโกณมิติ	1. ดำเนินการและคำนวณเกี่ยวกับกฎของไซน์และกฎของโคไซน์ 2. ประยุกต์การวัดโดยใช้ความรู้เรื่องกฎของไซน์และกฎของโคไซน์ 3. คาดคะเนระยะทางและความสูงโดยใช้ความรู้เรื่องกฎของไซน์และกฎของโคไซน์
หน่วยที่ 5 จำนวนเชิงซ้อน	1. ดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบต่างๆ 2. ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในงานอาชีพ
หน่วยที่ 6 เมทริกซ์	คำนวณค่าเมทริกซ์โดยวิธีการดำเนินการของเมทริกซ์
หน่วยที่ 7 ดีเทอร์มิแนนต์	1.คำนวณค่าดีเทอร์มิแนนต์โดยใช้วิธีดำเนินการของเมทริกซ์ 2.ประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์ในงานอาชีพ

หน่วยที่ 8 การแก้ระบบสมการเชิงเส้น	ประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์หาคำตอบ ของระบบสมการเชิงเส้นไม่เกินสามตัวแปร
------------------------------------	--



ตารางวิเคราะห์หลักสูตรรายวิชา

ชื่อวิชา คณิตศาสตร์ไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์

รหัสวิชา 20000-1403 ท-ป-น 2-0-2 จำนวนคาบสอน 2 ชั่วโมง : สัปดาห์
ระดับชั้น ปวช.

ชื่อหน่วย พฤติกรรม	พุทธิพิสัย (55%)					ทักษะพิสัย (25%)	จิตพิสัย (20%)	รวม (100%)	ลำดับความสำคัญ
	ความรู้ความจำ	ความเข้าใจ	ประยุกต์-นำไปใช้	วิเคราะห์	สูงกว่า				
1. มุมและการวัดมุม	1	1	2			2	2	8	8
2. อัตราส่วนตรีโกณมิติ	1	2	2			3	2	10	7
3. ตรีโกณมิติในวงกลมหนึ่งหน่วย	-	4	4			3	2	13	3
4. การประยุกต์ใช้ตรีโกณมิติ	-	2	6			4	3	15	2
5. จำนวนเชิงซ้อน	3	3	5			4	3	18	1
6. เมทริกซ์	1	3	3			3	2	12	5
7. คิเทอร์มินแนนต์	1	2	4			3	3	13	3
8. การแก้ระบบสมการ	-	1	4			3	3	11	6
รวม	7	18	30			25	20	100	
	55					25	20	100	
ลำดับความสำคัญ	1					2	3		



แผนการจัดการเรียนรู้ หน่วยที่ 1 เรื่อง มุมและการวัดมุม

สอนครั้งที่ 1 - 2 จำนวน 4 ชั่วโมง

สาระการเรียนรู้

- 1.1 มุม
- 1.2 การวัดมุม
- 1.3 หน่วยในการวัดมุม

สมรรถนะประจำหน่วย

1. ดำเนินการเกี่ยวกับมุมและการวัดมุมของมุมที่กำหนดให้
2. คำนวณมุมที่กำหนดให้

สาระสำคัญ

1. มุมเกิดจากการหมุนส่วนของเส้นตรงจากตำแหน่งมาตรฐาน ซึ่งมี 2 ทิศทาง คือ ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา และทิศทางตามเข็มนาฬิกา
2. ในการวัดมุม เราเริ่มวัดตำแหน่งมาตรฐาน ซึ่งมุมในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาและมุมในทิศทางตามเข็มนาฬิกา
3. หน่วยในการวัดมุม ที่นิยมใช้มี 2 ระบบ คือ หน่วยในระบบองศาและหน่วยในระบบเรเดียน

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนมีความรู้เรื่องมุมและการวัดมุม

จุดประสงค์นำทาง ผู้เรียนสามารถ

1. อธิบายความหมายของมุมที่กำหนดให้ได้
2. หาค่าของมุมในตำแหน่งมาตรฐานได้
3. เปลี่ยนหน่วยของมุมที่กำหนดให้ได้
4. ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องมุมและการวัดมุมในงานอาชีพได้

เนื้อหาสาระ

1. มุมเกิดจากการหมุนส่วนของเส้นตรงจากตำแหน่งมาตรฐาน ซึ่งมี 2 ทิศทาง คือ ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา และทิศทางตามเข็มนาฬิกา
 2. ในการวัดมุม เราเริ่มวัดตำแหน่งมาตรฐาน ซึ่งมุมในทิศทางทวนเข็มนาฬิกาและมุมในทิศทางตามเข็มนาฬิกา
 3. หน่วยในการวัดมุม ที่นิยมใช้มี 2 ระบบ คือ หน่วยในระบบองศาและหน่วยในระบบเรเดียน
- มุมเกิดจากการหมุนส่วนของเส้นตรงจากตำแหน่งมาตรฐาน ซึ่งมี 2 ทิศทาง คือ ทิศทางทวนเข็มนาฬิกา และทิศทางตามเข็มนาฬิกา
- ในการวัดมุมเราเริ่มวัดตำแหน่งมาตรฐาน ซึ่งมุมในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา และมุมในทิศทางตามเข็มนาฬิกา

หน่วยในการวัดมุม ที่นิยมใช้มี 2 ระบบ คือ หน่วยในระบบองศาและหน่วยในระบบเรเดียน

ใช้สัญลักษณ์ วงกลมเล็กแทนองศา เช่น 30° องศา เขียนแทนด้วย 30°

180° องศา เขียนแทนด้วย 180°

หน่วยย่อยขององศา คือ ลิปดา (') และ ฟิลิปดา (") ซึ่งมีมาตราเปรียบเทียบ ดังนี้

$$1 \text{ องศา เท่ากับ } 60 \text{ ลิปดา } (1^\circ = 60')$$

$$1 \text{ ลิปดา เท่ากับ } 60 \text{ ฟิลิปดา } (1' = 60'')$$

หน่วยในระบบเรเดียน

กำหนดให้ θ คือมุมมีหน่วยเป็นเรเดียน

r คือความยาวของรัศมีของวงกลม

a คือความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุม θ

นั่นคือ

$$\theta = \frac{\text{ความยาวของส่วนโค้งที่รองรับมุม } \theta}{\text{ความยาวของรัศมีของวงกลม}}$$

เรเดียน

หรือ

$$\theta = \frac{a}{r} \quad \text{เรเดียน}$$

ข้อสังเกต

มุมยอดเท่ากับ θ เรเดียน สามารถนำไปประยุกต์ใช้ในการหาพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมฐานโค้ง (sector) โดยใช้สูตร

$$\text{พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยมฐานโค้ง} = \frac{1}{2} \theta r^2 \quad \text{ตารางหน่วย}$$

ความสัมพันธ์ระหว่างมุมที่มีหน่วยเป็นองศาและหน่วยเป็นเรเดียน

$$\pi \text{ เรเดียน} = 180 \text{ องศา}$$

$$\text{และ } 1 \text{ เรเดียน} = \frac{180}{\pi} \text{ องศา}$$

$$\text{หรือ } 1 \text{ องศา} = \frac{\pi}{180} \text{ เรเดียน}$$

$$(\pi = \frac{22}{7} \approx 3.14285)$$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูแจ้งจุดประสงค์ในการเรียนรายวิชา วิธีการวัดผล เกณฑ์การประเมิน ให้นักเรียนรับทราบ
2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนในเวลาที่กำหนด แล้วนำผลการสอบของนักเรียนแบ่งเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ได้คะแนนสูง ปานกลาง และต่ำ หลังจากนั้นให้นักเรียนแบ่งกลุ่มละ 5-6 คน โดยแต่ละกลุ่มมีนักเรียนที่มีผลการสอบครบทั้ง 3 กลุ่ม

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายความรู้เรื่อง มุมและการวัดมุม ประกอบแผ่นใสและ Power point
2. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันปฏิบัติตามใบหน่วยที่ 1 ในเวลาที่กำหนด
3. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทน นำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน
4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนความคิดเห็น โดยการอภิปรายซักถาม

ขั้นสรุป

1. ให้นักเรียนร่วมกันสรุปปัญหาและอุปสรรคที่เกิดขึ้นระหว่างเรียน
2. ครูสรุปผลงานของนักเรียนแต่ละกลุ่ม พร้อมอธิบายและชี้แนะเพิ่มเติม
3. ครูสอดแทรกเรื่อง การตรงต่อเวลา ความรับผิดชอบ และการแต่งกาย
4. ครูให้นักเรียนทบทวนบทเรียน โดยศึกษาจากหนังสือคณิตศาสตร์ไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์ แล้ว
แก้ไขใบงานให้ถูกต้องและครบถ้วนภายในเวลาที่กำหนด
5. นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบงาน / แบบฝึกหัด
2. แผ่นใส
3. Power Point
4. หนังสือคณิตศาสตร์ไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์

การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล
 - 1.1 สังเกตจากการร่วมปฏิบัติกิจกรรม
 - 1.2 สังเกตจากการ ถาม- ตอบ
 - 1.3 ตรวจแบบฝึกหัด / ใบงาน
 - 1.4 ตรวจแบบทดสอบ
2. เครื่องมือวัดและประเมินผล
 - 2.1 ใบงาน /แบบฝึกหัด
 - 2.2 แบบทดสอบ
3. เกณฑ์การประเมินผล
 - 3.1 ตอบคำถามได้ถูกต้อง
 - 3.2 ทำใบงาน / แบบฝึกหัดถูกต้อง 80% ถือว่าผ่านเกณฑ์
 - 3.3 ทำแบบทดสอบถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์



แผนการจัดการเรียนรู้ หน่วยที่ 2 เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ

สอนครั้งที่ 3 - 4 จำนวน 4 ชั่วโมง

สาระการเรียนรู้

- 2.1 อัตราส่วนตรีโกณมิติ
- 2.2 การหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติโดยใช้ตาราง
- 2.3 การหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติทำมุม 30, 45 และ 60 องศา

สมรรถนะประจำหน่วย

1. ดำเนินการและคำนวณเกี่ยวกับฟังก์ชันตรีโกณมิติ
2. ประยุกต์การวัดโดยใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ
3. คาดคะเนระยะทางและความสูงโดยใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ

สาระสำคัญ

อัตราส่วนตรีโกณมิติ คือ อัตราส่วนระหว่างความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี ทั้งหมด 6 อัตราส่วนดังนี้

- | | |
|---------------------------|---|
| 1) ไซน์ (sine) | เขียนย่อเป็น $\sin$ |
| 2) โคไซน์ (cosine) | เขียนย่อเป็น $\cos$ |
| 3) แทนเจนต์ (tangent) | เขียนย่อเป็น $\tan$ |
| 4) โคแทนเจนต์ (cotangent) | เขียนย่อเป็น $\cot$ |
| 5) เซแคนต์ (secant) | เขียนย่อเป็น $\sec$ |
| 6) โคเซแคนต์ (cosecant) | เขียนย่อเป็น cosec หรือ csc |

โดยหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติได้จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และการเปิดตารางหาค่าตรีโกณมิติ เราสามารถนำความรู้เรื่องตรีโกณมิติไปใช้ในการคาดคะเนระยะทางและความสูงได้

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนมีความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ

จุดประสงค์นำทาง ผู้เรียนสามารถ

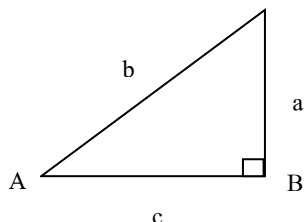
1. หาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติหาข้อมูลที่กำหนดให้ได้
2. หาค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมที่กำหนดให้โดยใช้ตารางตรีโกณมิติได้
3. หาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติ ของมุม 30 , 45 และ 60 องศา ได้
4. ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติในงานอาชีพได้

เนื้อหาสาระ

อัตราส่วนตรีโกณมิติ คือ อัตราส่วนระหว่างความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งมี ทั้งหมด 6 อัตราส่วนดังนี้

- | | |
|---------------------------|-----------------------------|
| 1) ไซน์ (sine) | เขียนย่อเป็น sin |
| 2) โคไซน์ (cosine) | เขียนย่อเป็น cos |
| 3) แทนเจนต์ (tangent) | เขียนย่อเป็น tan |
| 4) โคแทนเจนต์ (cotangent) | เขียนย่อเป็น cot |
| 5) เซแคนต์ (secant) | เขียนย่อเป็น sec |
| 6) โคเซแคนต์ (cosecant) | เขียนย่อเป็น cosec หรือ csc |

โดยหาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติได้จากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และการเปิดตารางหาค่าตรีโกณมิติ เราสามารถนำความรู้เรื่องตรีโกณมิติไปใช้ในการคาดคะเนระยะทางและความสูงได้



รูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม B เป็นมุมฉาก จะได้

$$1) \sin A = \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{a}{b}$$

$$\begin{aligned}
 2) \cos A &= \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \frac{c}{b} \\
 3) \tan A &= \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \frac{a}{c} \\
 4) \cot A &= \frac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม } A} = \frac{c}{a} \\
 5) \sec A &= \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \frac{b}{c} \\
 6) \csc A &= \frac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม } A} = \frac{b}{a}
 \end{aligned}$$

ความสัมพันธ์ระหว่างค่าอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุม θ เมื่อนำ $0^\circ < \theta < 90^\circ$

สรุปได้ดังตารางต่อไปนี้

ฟังก์ชัน	ขนาดของมุม	ค่าฟังก์ชัน
sin	เพิ่มขึ้น	เพิ่มขึ้น (ค่า y)
cos	เพิ่มขึ้น	ลดลง (ค่า x)
tan	เพิ่มขึ้น	เพิ่มขึ้น (ค่า $\frac{x}{y}$)
cot	เพิ่มขึ้น	ลดลง (ค่า $\frac{x}{y}$)
sec	เพิ่มขึ้น	เพิ่มขึ้น (ค่า $\frac{1}{x}$)
csc	เพิ่มขึ้น	ลดลง (ค่า $\frac{1}{y}$)

การหาค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติ ของมุม 30,45 และ60 องศา

θ ฟังก์ชัน	30°	45°	60°
$\sin \theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
$\cot \theta$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\sec \theta$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$	$\sqrt{2}$	2
$\csc \theta$	2	$\sqrt{2}$	$\frac{2}{\sqrt{3}}$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องอัตราส่วนตรีโกณมิติ ให้นักเรียนรับทราบ
2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนในเวลาที่กำหนด แล้วนำผลการสอบของนักเรียนแบ่งเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ได้คะแนนสูง ปานกลาง และต่ำ หลังจากนั้นให้นักเรียนแบ่งกลุ่มละ 5-6 คน โดยแต่ละกลุ่มมีนักเรียนที่มีผลการสอบครบทั้ง 3 กลุ่ม

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายความรู้ประกอบ Power point เรื่อง อัตราส่วนตรีโกณมิติ
2. ให้นักเรียนปฏิบัติตามใบงานหน่วยที่ 2.1 , 2.2 และ 2.3 ในเวลาที่กำหนด
3. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนความคิดเห็น โดยการอภิปรายซักถาม
4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทน นำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียนในเวลาที่กำหนด

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายและนำเสนอวิธีการแก้ปัญหา
2. ครูสรุปผลงานของนักเรียนแต่ละกลุ่ม พร้อมอธิบาย ชี้แนะเพิ่มเติมและสอดแทรก เรื่องการตรงต่อเวลา
3. ครูให้นักเรียนทบทวนบทเรียน และแก้ไขข้อบกพร่อง แล้วส่งใบงานในเวลาที่กำหนด
4. นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบงาน / แบบฝึกหัด
2. Power Point
3. หนังสือคณิตศาสตร์ไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์

การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล
 - 1.1 สังเกตจากการร่วมปฏิบัติกิจกรรม
 - 1.2 สังเกตจากการ ถาม- ตอบ
 - 1.3 ตรวจแบบฝึกหัด / ใบงาน
 - 1.4 ตรวจแบบทดสอบ
2. เครื่องมือวัดและประเมินผล
 - 2.1 ใบงาน /แบบฝึกหัด
 - 2.2 แบบทดสอบ
3. เกณฑ์การประเมินผล
 - 3.1 ตอบคำถามได้ถูกต้อง
 - 3.2 ทำใบงาน / แบบฝึกหัดถูกต้อง 80% ถือว่าผ่านเกณฑ์
 - 3.3 ทำแบบทดสอบถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์



แผนการจัดการเรียนรู้ หน่วยที่ 3 เรื่อง ตรีโกณมิติในวงกลมหนึ่งหน่วย สอนครั้งที่ 5-6 จำนวน 4 ชั่วโมง

.....สาระการเรียนรู้

- 3.1 วงกลมหนึ่งหน่วย
- 3.2 ฟังก์ชันตรีโกณมิติของวงกลมหนึ่งหน่วย
- 3.3 ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมในจตุภาคต่างๆ
- 3.4 กราฟของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์

สมรรถนะประจำหน่วย

1. ดำเนินการในคำนวณเกี่ยวกับฟังก์ชันตรีโกณมิติของกลมหนึ่งหน่วย
2. ประยุกต์การวัดโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติของกลมหนึ่งหน่วย
3. คาคะเนระยะทางและความสูงโดยใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติของกลมหนึ่งหน่วย

สาระสำคัญ

วงกลมหนึ่งหน่วย (unit circle) คือ วงกลมที่มีรัศมียาว 1 หน่วย และมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิดหรือจุด (0,0) ฟังก์ชันตรีโกณมิติของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังนี้

$$\begin{aligned}\sin \theta &= y \\ \cos \theta &= x \\ \tan \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{y}{x} \quad \text{เมื่อ } x \neq 0 \\ \cot \theta &= \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{x}{y} \quad \text{เมื่อ } y \neq 0 \\ \sec \theta &= \frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{x} \quad \text{เมื่อ } x \neq 0 \\ \csc \theta &= \frac{1}{\sin \theta} = \frac{1}{y} \quad \text{เมื่อ } y \neq 0\end{aligned}$$

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนมีความรู้เรื่องตรีโกณมิติในวงกลมหนึ่งหน่วย

จุดประสงค์นำทาง ผู้เรียนสามารถ

1. หาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของกลมหนึ่งหน่วยของข้อมูลที่กำหนดให้ได้
2. หาค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมในจุดภาคต่างๆได้
3. เขียนกราฟของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์ของข้อมูลที่กำหนดให้ได้
4. ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องฟังก์ชันตรีโกณมิติของวงกลมหนึ่งหน่วยในงานอาชีพได้

เนื้อหาสาระ

สาระสำคัญ

วงกลมหนึ่งหน่วย (unit circle) คือ วงกลมที่มีรัศมียาว 1 หน่วย และมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดกำเนิด หรือจุด (0,0) ฟังก์ชันตรีโกณมิติของวงกลมหนึ่งหน่วย ดังนี้

$$\begin{aligned}\sin \theta &= y \\ \cos \theta &= x \\ \tan \theta &= \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{y}{x} \quad \text{เมื่อ } x \neq 0 \\ \cot \theta &= \frac{\cos \theta}{\sin \theta} = \frac{x}{y} \quad \text{เมื่อ } y \neq 0 \\ \sec \theta &= \frac{1}{\cos \theta} = \frac{1}{x} \quad \text{เมื่อ } x \neq 0 \\ \csc \theta &= \frac{1}{\sin \theta} = \frac{1}{y} \quad \text{เมื่อ } y \neq 0\end{aligned}$$

ค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมที่แกนคือ $0, 90, 180, 270$ และ 360 องศา

θ ฟังก์ชัน	$0^\circ = 0$ เรเดียน	$90^\circ = \frac{\pi}{2}$ เรเดียน	$180^\circ = \pi$ เรเดียน	$270^\circ = \frac{3\pi}{2}$ เรเดียน	$360^\circ = 2\pi$ เรเดียน
$\sin \theta$	0	1	0	-1	0
$\cos \theta$	1	0	-1	0	1
$\tan \theta$	0	หาค่าไม่ได้	0	หาค่าไม่ได้	0

$\cot \theta$	หาค่าไม่ได้	0	หาค่าไม่ได้	0	หาค่าไม่ได้
$\sec \theta$	1	หาค่าไม่ได้	-1	หาค่าไม่ได้	1
$\csc \theta$	หาค่าไม่ได้	1	หาค่าไม่ได้	-1	หาค่าไม่ได้

ฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมในจุดภาคต่างๆ

ค่าฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมมีค่าเป็นบวกหรือลบ ดังตาราง

ตารางแสดงค่าของฟังก์ชันตรีโกณมิติของมุมในจุดภาคต่าง ๆ

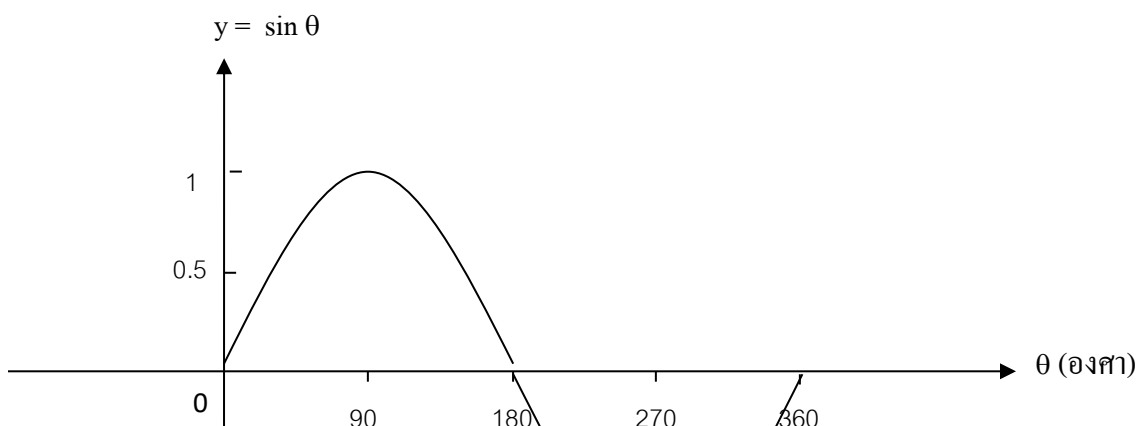
ฟังก์ชัน	จุดภาคที่			
	1	2	3	4
$\sin \theta$	+	+	-	-
$\cos \theta$	+	-	-	+
$\tan \theta$	+	-	+	-
$\cot \theta$	+	-	+	-
$\sec \theta$	+	-	-	+
$\csc \theta$	+	+	-	-

การเขียนกราฟของฟังก์ชันไซน์และโคไซน์

จงเขียนกราฟของ $y = \sin \theta$ เมื่อ $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$

วิธีทำ

θ	0°	30°	45°	60°	90°	150°	180°	210°	270°	330°	360°
$y = \sin \theta$	0	0.5	0.71	0.87	1	-0.5	0	-0.5	-1	-0.5	0

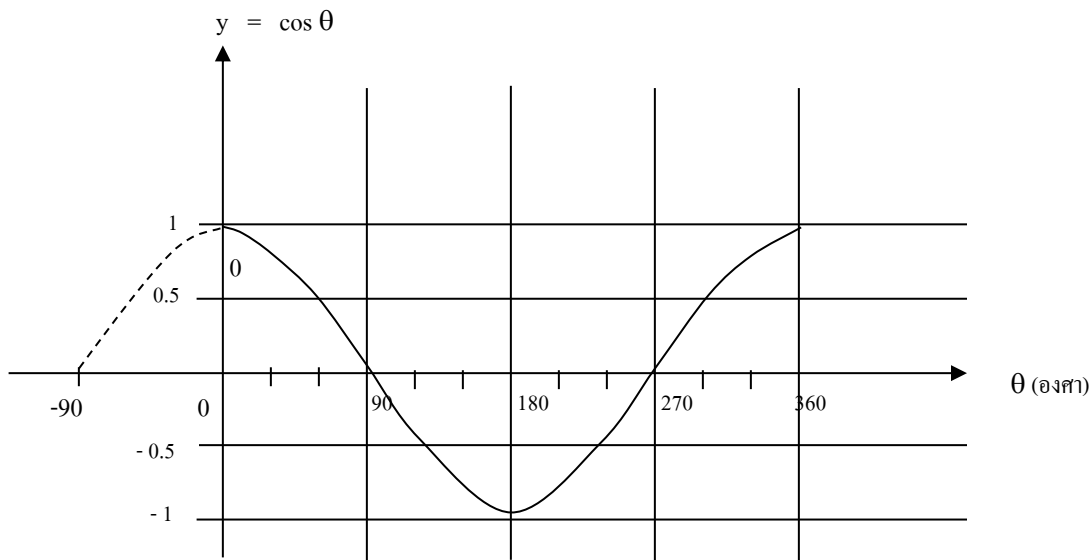


การเขียนกราฟของฟังก์ชันโคไซน์

จงเขียนกราฟ $y = \cos \theta$ เมื่อ $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$

วิธีทำ จากค่า $y = \cos \theta$ เมื่อ $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$ สร้างตารางได้ดังนี้

θ (องศา)	0	30	60	90	120	150	180	240	270	300	360
$y = \cos \theta$	1	0.87	0.5	0	-0.5	-0.87	-1	-0.5	0	0.5	1



กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องตรีโกณมิติของกลมหนึ่งหน่วย ให้นักเรียนรับทราบ
2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนในเวลาที่กำหนด แล้วนำผลการสอบของนักเรียนแบ่งเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ได้คะแนนสูง ปานกลาง และต่ำ หลังจากนั้นให้นักเรียนแบ่งกลุ่มละ 5-6 คน โดยแต่ละกลุ่มมีนักเรียนที่มีผลการสอบครบทั้ง 3 กลุ่ม

ชั้นสอน

1. ครูอธิบายความรู้เรื่อง ตัวเงินโดยใช้แผนภาพ แผ่นใส Power Point ประกอบการสอน
2. ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย ชักถาม และทำใบงานหน่วยที่ 3.1 และ 3.2 ในเวลาที่กำหนด
3. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มเลือกผู้แทนนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน
4. ครูให้นักเรียนทุกคนร่วมแสดงความคิดเห็นในชั้นเรียนเกี่ยวกับเศรษฐกิจของประเทศในปัจจุบัน

ชั้นสรุป

1. ให้นักเรียนร่วมกันสรุปผลงานของแต่ละกลุ่มพร้อมทั้งปัญหาและอุปสรรคที่เกิดขึ้นระหว่างเรียน
2. ครูอธิบาย ชี้แนะเพิ่มเติม และสอดแทรกเรื่องความซื่อสัตย์ ไม่คดโกง ใช้จ่ายอย่างประหยัดและคุ้มค่า
3. ครูให้นักเรียนทบทวนบทเรียน โดยศึกษาจากหนังสือคณิตศาสตร์ไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์ หรือทางอินเทอร์เน็ต และแก้ไขข้อบกพร่องของใบงานให้ถูกต้องแล้วส่งในเวลาที่กำหนด
4. นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบงาน / แบบฝึกหัด
2. แผ่นใส
3. แผนภาพ
4. Power Point
5. หนังสือคณิตศาสตร์คณิตศาสตร์ไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์

การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล

- 1.1 สังเกตจากการร่วมปฏิบัติกิจกรรม
- 1.2 สังเกตจากการ ถาม- ตอบ
- 1.3 ตรวจแบบฝึกหัด / ใบงาน
- 1.4 ตรวจแบบทดสอบ

2. เครื่องมือวัดและประเมินผล

- 2.1 ใบงาน /แบบฝึกหัด
- 2.2 แบบทดสอบ

3. เกณฑ์การประเมินผล

- 3.1 ตอบคำถามได้ถูกต้อง
- 3.2 ทำใบงาน / แบบฝึกหัดถูกต้อง 80% ถือว่าผ่านเกณฑ์
- 3.3 ทำแบบทดสอบถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์



แผนการจัดการเรียนรู้ หน่วยที่ 4 เรื่อง การประยุกต์ใช้ตรีโกณมิติ

สอนครั้งที่ 7 จำนวน 2 ชั่วโมง

สาระการเรียนรู้

- 4.1 กฎของไซน์
- 4.2 กฎของโคไซน์
- 4.3 การประยุกต์ใช้ตรีโกณมิติ

สมรรถนะประจำหน่วย

1. ดำเนินการและคำนวณเกี่ยวกับกฎของไซน์และกฎของโคไซน์
2. ประยุกต์การวัดโดยใช้ความรู้เรื่องกฎของไซน์และกฎของโคไซน์
3. คำนวณระยะทางและความสูงโดยใช้ความรู้เรื่องกฎของไซน์และกฎของโคไซน์

สาระสำคัญ

กฎของไซน์ คือ $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

กฎของโคไซน์ ดังนี้

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

หรือ $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2bc}$$

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนมีความรู้เรื่องการประยุกต์ใช้ตรีโกณมิติ

จุดประสงค์นำทาง ผู้เรียนสามารถ

1. แก้ปัญหาโจทย์ที่กำหนดให้โดยใช้กฎของไซน์และโคไซน์ได้
2. ประยุกต์ใช้กฎของไซน์และโคไซน์แก้ปัญหาในงานอาชีพได้

เนื้อหาสาระ

กฎของไซน์ คือ
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

การใช้กฎของไซน์เพื่อแก้รูปสามเหลี่ยมสิ่งที่ต้องทราบคือ

- 1) อัตราส่วน 1 ค่า (เช่น ทราบ a กับ sin A หรือ ทราบ b กับ sin B เป็นต้น)
- 2) ต้องทราบมุมหรือด้านอีก 1 ค่า

กฎของโคไซน์ ดังนี้

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

หรือ
$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2bc}$$

การใช้กฎของโคไซน์ มีลักษณะ ดังนี้

- 1) เมื่อต้องการหาความยาวด้านของรูปสามเหลี่ยม สิ่งที่ต้องทราบคือ
 - 1.1. ความยาวของด้านสองด้านที่เหลือ
 - 1.2. มุมตรงข้ามด้านที่ต้องการหา (เช่น หาด้าน a ต้องทราบความยาวด้าน b, c และขนาดของมุม A)

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องการประยุกต์ใช้ตรีโกณมิติ ให้นักเรียนรับทราบ
2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนในเวลาที่กำหนด แล้วนำผลการสอบของนักเรียนแบ่งเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ได้คะแนนสูง ปานกลาง และต่ำ หลังจากนั้นให้นักเรียนแบ่งกลุ่มละ 5-6 คน โดยแต่ละกลุ่มมีนักเรียนที่มีผลการสอบครบทั้ง 3 กลุ่ม
3. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับการหาความสูงและระยะห่าง

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายความรู้เรื่องการประยุกต์ใช้ตรีโกณมิติ โดยใช้แผ่นใส แผนภาพ และ Power Point ประกอบคำบรรยาย
2. ครูให้นักเรียนซักถามข้อสงสัยและปฏิบัติตามใบงานหน่วยที่ 4.1 , 4.2 และ 4.3 ในเวลาที่กำหนด
3. ให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน (ตัวแทนไม่ซ้ำกับหน่วยที่ 1 , 2 , 3)

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนช่วยกันอภิปรายและเสนอแนะข้อคิดเห็น
2. ครูสรุป ซึ่งเน้นเพิ่มเติม และสอดคล้องเกี่ยวกับความรับผิดชอบ การตรงต่อเวลา การมีมนุษยสัมพันธ์
ในการทำงาน
3. ครูให้นักเรียนทบทวนบทเรียนและทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมและส่งใบงานในเวลาที่กำหนด
4. นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบงาน / แบบฝึกหัด
2. แผ่นใส
3. แผนภาพ
4. Power Point
5. หนังสือคณิตศาสตร์คณิตศาสตร์ไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์

การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล

- 1.1 สังเกตจากการร่วมปฏิบัติกิจกรรม
- 1.2 สังเกตจากการ ถาม - ตอบ
- 1.3 ตรวจแบบฝึกหัด / ใบงาน
- 1.4 ตรวจแบบทดสอบ

2. เครื่องมือวัดและประเมินผล

- 2.1 ใบงาน /แบบฝึกหัด
- 2.2 แบบทดสอบ

3. เกณฑ์การประเมินผล

- 3.1 ตอบคำถามได้ถูกต้อง
- 3.2 ทำใบงาน / แบบฝึกหัดถูกต้อง 80% ถือว่าผ่านเกณฑ์
- 3.3 ทำแบบทดสอบถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์



แผนการจัดการเรียนรู้ หน่วยที่ 5 เรื่อง จำนวนเชิงซ้อน

สัปดาห์ที่ 8 จำนวน 2 ชั่วโมง

สาระการเรียนรู้

- 5.1 ความหมายของจำนวนเชิงซ้อน
- 5.2 การเขียนกราฟของจำนวนเชิงซ้อน
- 5.3 รูปแบบของจำนวนเชิงซ้อน
- 5.4 การเท่ากัน การบวกและการลบจำนวนเชิงซ้อน
- 5.5 จำนวนเชิงซ้อนสังยุค
- 5.6 การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อน
- 5.7 การหาค่ายกกำลัง n และรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน
- 5.8 การประยุกต์ใช้จำนวนเชิงซ้อน

สมรรถนะประจำหน่วย

1. ดำเนินการเกี่ยวกับจำนวนเชิงซ้อนในรูปแบบต่างๆ
2. ประยุกต์ใช้ความรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อนในงานอาชีพ

สาระสำคัญ

จำนวนเชิงซ้อน คือ จำนวนที่เขียนอยู่ในรูป $x + yi$ โดยที่ x และ y เป็นจำนวนจริง

จำนวนเชิงซ้อนเขียนได้ 4 รูปแบบ ดังนี้

1. จำนวนเชิงซ้อนในรูปแกนมุมฉาก (rectangular form of the complex number)
2. จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว (polar form of the complex number)
3. จำนวนเชิงซ้อนในรูปฟังก์ชันตรีโกณมิติ (trigonometric form of the complex number)
4. จำนวนเชิงซ้อนในรูปเอกซ์โพเนนเชียล (exponential form of the complex number)

การบวกและการลบจำนวนเชิงซ้อน

กำหนดให้ a, b, c และ d เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$ จะได้

$$z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)i$$

จำนวนเชิงซ้อนสังยุคของ $x + yi$ คือจำนวนเชิงซ้อน $x - yi$

การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อน ทำได้เช่นเดียวกับการคูณและการหารจำนวนจริง

การหาคำสั่ง n และรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนในรูปแกนมุมฉาก ทำได้ลักษณะเดียวกับของจำนวนจริง

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนมีความรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อน

จุดประสงค์นำทาง ผู้เรียนสามารถ

1. บอกความหมายของจำนวนเชิงซ้อนได้
2. เขียนกราฟของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ได้
3. เปลี่ยนรูปแบบของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ได้
4. คำนวณผลบวกและผลลบของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ได้
5. คำนวณผลคูณและผลหารของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ได้
6. หาจำนวนเชิงซ้อนสังยุคของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ได้
7. หาคำยกกำลัง n และรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ได้
8. ประยุกต์ใช้จำนวนเชิงซ้อนในงานอาชีพได้

เนื้อหาสาระ

จำนวนเชิงซ้อน คือ จำนวนที่เขียนอยู่ในรูป $x + yi$ โดยที่ x และ y เป็นจำนวนจริง

เรียก x ว่า ส่วนจริง (real part)

เรียก y ว่า ส่วนจินตภาพ (imaginary part)

เรียก i หรือ $\sqrt{-1}$ ว่า หน่วยจินตภาพ (imaginary unit)

ในที่นี้ใช้สัญลักษณ์ Z แทนจำนวนเชิงซ้อน

จำนวนเชิงซ้อนเขียนได้ 4 รูปแบบ ดังนี้

1. จำนวนเชิงซ้อนในรูปแกนมุมฉาก (rectangular form of the complex number)
2. จำนวนเชิงซ้อนในรูปเชิงขั้ว (polar form of the complex number)

3. จำนวนเชิงซ้อนในรูปฟังก์ชันตรีโกณมิติ (trigonometric form of the complex number)

4. จำนวนเชิงซ้อนในรูปเอกซ์โพเนนเชียล (exponential form of the complex number)

ข้อสังเกต

1. จำนวนเชิงซ้อน $x + yi$ จะได้

$$\text{มอดุลัส (r)} = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\text{อาร์กิวเมนต์ (}\theta\text{)} = \arctan \frac{y}{x}$$

2. เมื่อวัดมุมทวนเข็มนาฬิกา อาร์กิวเมนต์ (θ) มีค่าเป็นบวก

3. เมื่อวัดมุมตามเข็มนาฬิกา อาร์กิวเมนต์ (θ) มีค่าเป็นลบ

จำนวนเชิงซ้อนในรูปฟังก์ชันตรีโกณมิติ คือ จำนวนเชิงซ้อนที่เขียนในรูป

$$r(\cos \theta + i \sin \theta)$$

เมื่อ r คือ มอดุลัสของจำนวนเชิงซ้อน $x + yi$

θ คือ อาร์กิวเมนต์ของจำนวนเชิงซ้อน $x + yi$

จำนวนเชิงซ้อนในรูปเอกซ์โพเนนเชียล

เชิงซ้อนในรูปเอกซ์โพเนนเชียล คือ จำนวนเชิงซ้อนที่เขียนในรูป $re^{i\theta}$

เมื่อ r คือ มอดุลัสของจำนวนเชิงซ้อน $x + yi$

θ คือ อาร์กิวเมนต์ของจำนวนเชิงซ้อน $x + yi$ (นิยมใช้ θ มีหน่วยเรเดียน)

e คือ จำนวนอตรรกยะ มีค่าเท่ากับ 2.718 (โดยประมาณ)

การบวกและการลบจำนวนเชิงซ้อน

กำหนดให้ a, b, c และ d เป็นจำนวนจริงใดๆ และ $z_1 = a + bi$, $z_2 = c + di$ จะได้

$$z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)i$$

จำนวนเชิงซ้อนสังยุคของ $x + yi$ คือจำนวนเชิงซ้อน $x - yi$

การคูณและการหารจำนวนเชิงซ้อน ทำได้เช่นเดียวกับการคูณและการหารจำนวนจริง

การหารากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน

ถ้า n เป็นจำนวนเต็มบวก แล้วรากที่ n ของจำนวนเชิงซ้อน ทำได้โดย

เปลี่ยนรูปจำนวนเชิงซ้อนที่กำหนดให้ เป็นจำนวนเชิงซ้อนในรูปฟังก์ชันตรีโกณมิติ แล้วหารากที่ n โดยใช้สูตร

รากที่ n ของ $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ คือ

$$\sqrt[n]{r} \left[\cos \left(\frac{\theta + 2\pi k}{n} \right) + i \sin \left(\frac{\theta + 2\pi k}{n} \right) \right]$$

เมื่อ $k = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อน ให้นักเรียนรับทราบ
2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนในเวลาที่กำหนด แล้วนำผลการสอบของนักเรียนแบ่งเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ได้คะแนนสูง ปานกลาง และต่ำ หลังจากนั้นให้นักเรียนแบ่งกลุ่มละ 5-6 คน โดยแต่ละกลุ่มมีนักเรียนที่มีผลการสอบครบทั้ง 3 กลุ่ม
3. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับการดำเนินการของจำนวนจริง

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายความรู้เรื่องจำนวนเชิงซ้อน โดยใช้แผ่นใส แผนภาพ และ Power Point ประกอบคำบรรยาย
2. ให้นักเรียนร่วมกันอภิปราย แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับค่าเสื่อมราคา
3. ให้นักเรียนปฏิบัติตามใบงานหน่วยที่ 5.1 – 5.8 ในเวลาที่กำหนด

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปเนื้อหาวิชาและอธิบายเพิ่มเติม โดยใช้สื่อ Power Point ซึ่งมีการสอดแทรกให้นักเรียนรู้จักพอประมาณและใช้ความรู้ช่วยในการตัดสินใจในการดำรงชีพ
2. ให้นักเรียนทบทวนบทเรียนและปฏิบัติตามใบงานหน่วยที่ 5.1 – 5.8 ให้ครบสมบูรณ์และส่งในเวลาที่กำหนด
3. นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบงาน / แบบฝึกหัด
2. Power Point
3. หนังสือคณิตศาสตร์ไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์

การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล

- 1.1 สังเกตจากการร่วมปฏิบัติกิจกรรม
- 1.2 สังเกตจากการ ถาม- ตอบ
- 1.3 ตรวจแบบฝึกหัด / ใบงาน
- 1.4 ตรวจแบบทดสอบ

2. เครื่องมือวัดและประเมินผล

- 2.1 ใบงาน / แบบฝึกหัด
- 2.2 แบบทดสอบ

3. เกณฑ์การประเมินผล

- 3.1 ตอบคำถามได้ถูกต้อง
- 3.2 ทำใบงาน / แบบฝึกหัดถูกต้อง 80% ถือว่าผ่านเกณฑ์
- 3.3 ทำแบบทดสอบถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์



แผนการจัดการเรียนรู้ หน่วยที่ 6 เรื่อง เมทริกซ์

สอนครั้งที่ 7 จำนวน 2 ชั่วโมง

สาระการเรียนรู้

- 6.1 ความหมายของเมทริกซ์
- 6.2 ชนิดของเมทริกซ์
- 6.3 การเท่ากันของเมทริกซ์
- 6.4 การคูณจำนวนคงที่กับเมทริกซ์
- 6.5 การบวกและการลบเมทริกซ์
- 6.6 การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์
- 6.7 เมทริกซ์สลับเปลี่ยน

สมรรถนะประจำหน่วย

คำนวณค่าเมทริกซ์โดยวิธีการดำเนินการของเมทริกซ์

สาระสำคัญ

เมทริกซ์ หมายถึง กลุ่มของจำนวนใด ๆ ที่นำมาเรียงเป็นหลัก และแถวอย่างเป็นระเบียบ ในรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งในแต่ละหลัก (หรือ แถว) ประกอบด้วยจำนวนเท่าๆ กัน ภายใต้เครื่องหมาย วงเล็บเล็ก () หรือ วงเล็บใหญ่ []

ชนิดของเมทริกซ์

1. เมทริกซ์ แถว (Row Matrix)
2. เมทริกซ์หลัก (Column Matrix)
3. เมทริกซ์ศูนย์ (Zero Matrix)

4. เมทริกซ์จัตุรัส (Square Matrix)
5. เมทริกซ์ทแยงมุม (Diagonal Matrix)
6. เมทริกซ์เชิงสเกลาร์ (Scalar Matrix)
7. เมทริกซ์เอกลักษณ์ (Identity Matrix)
8. เมทริกซ์สามเหลี่ยม (Triangular Matrix)

การเท่ากันของเมทริกซ์ เมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ เท่ากันก็ต่อเมื่อ เมทริกซ์ทั้งสองมีขนาดเท่ากัน และสมาชิกใน ตำแหน่งเดียวกันมีค่าเท่ากันทุกคู่

การคูณจำนวนคงที่กับเมทริกซ์ ถ้า c เป็นจำนวนจริงใดๆ และเมทริกซ์ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ แล้ว $cA = [ca_{ij}]_{m \times n}$

การบวกและการลบเมทริกซ์ ถ้า A และ B เป็นเมทริกซ์สองเมทริกซ์ที่มีขนาดเท่ากัน แล้ว $A + B = [a_{ij} + b_{ij}]_{m \times n}$

การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ กำหนดให้เมทริกซ์ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ และ $B = [b_{ij}]_{n \times k}$ ซึ่ง $AB = [c_{ij}]_{m \times k}$ เมื่อ $c_{ij} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + a_{i3} b_{3j} + \dots + a_{ik} b_{kj}$

เมทริกซ์สลับเปลี่ยน ของ A เขียนแทนด้วย สัญลักษณ์ A^T หรือ A^t เมื่อ $A^T = [a_{ji}]_{n \times m}$

จุดประสงค์การเรียนรู้

จุดประสงค์ปลายทาง

นักเรียนมีความรู้เรื่องเมทริกซ์

จุดประสงค์นำทาง ผู้เรียนสามารถ

1. บอกความหมายของเมทริกซ์ได้
2. อธิบายลักษณะของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้
3. บอกได้ว่าเมทริกซ์ที่กำหนดให้เท่ากันหรือไม่เท่ากัน
4. บวกและลบเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้
5. คูณจำนวนคงที่กับเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้

6. คูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้
7. หาเมทริกซ์สลับเปลี่ยนของเมทริกซ์ที่กำหนดให้ได้
8. ประยุกต์ใช้เมทริกซ์ในการแก้ปัญหาต่าง ๆ ได้

เนื้อหาสาระ

เมทริกซ์ หมายถึง กลุ่มของจำนวนใด ๆ ที่นำมาเรียงเป็นหลัก และแถวอย่างเป็นระเบียบ ในรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก ซึ่งในแต่ละหลัก (หรือ แถว) ประกอบด้วยจำนวนเท่าๆ กัน ภายใต้เครื่องหมาย วงเล็บเล็ก () หรือ วงเล็บใหญ่ []

ชนิดของเมทริกซ์

1. เมทริกซ์ แถว (Row Matrix)
2. เมทริกซ์หลัก (Column Matrix
3. เมทริกซ์ศูนย์ (Zero Matrix)
4. เมทริกซ์จัตุรัส (Square Matrix)
5. เมทริกซ์ทแยงมุม (Diagonal Matrix)
6. เมทริกซ์เชิงสเกลาร์ (Scalar Matrix)
7. เมทริกซ์เอกลักษณ์ (Identity Matrix)
8. เมทริกซ์สามเหลี่ยม (Triangular Matrix)

การเท่ากันของเมทริกซ์ เมทริกซ์ 2 เมทริกซ์ เท่ากันก็ต่อเมื่อ เมทริกซ์ทั้งสองมีขนาดเท่ากัน และ สมาชิกใน ตำแหน่งเดียวกันมีค่าเท่ากันทุกคู่

การคูณจำนวนคงที่กับเมทริกซ์ ถ้า c เป็นจำนวนจริงใดๆ และเมทริกซ์ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ แล้ว $cA = [ca_{ij}]_{m \times n}$

การบวกและการลบเมทริกซ์ ถ้า A และ B เป็นเมทริกซ์สองเมทริกซ์ที่มีขนาดเท่ากัน แล้ว $A + B = [a_{ij} + b_{ij}]_{m \times n}$

การคูณเมทริกซ์ด้วยเมทริกซ์ กำหนดให้เมทริกซ์ $A = [a_{ij}]_{m \times n}$ และ $B = [b_{ij}]_{n \times k}$ ซึ่ง $AB = [c_{ij}]_{m \times k}$ เมื่อ $c_{ij} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + a_{i3} b_{3j} + \dots + a_{ik} b_{kj}$

เมทริกซ์สลับเปลี่ยน ของ A เขียนแทนด้วย สัญลักษณ์ A^T หรือ A^t เมื่อ $A^T = [a_{ji}]_{n \times m}$

สมบัติของเมทริกซ์

กำหนดให้ A, B, C, I เป็นเมทริกซ์ใด ๆ ที่นำมาบวก คูณกันได้ และ k เป็นจำนวนจริงใด ๆ มีสมบัติดังนี้

- 1) $(kA)B = k(AB) = A(kB)$
- 2) $A(BC) = (AB)C$
- 3) $A(B + C) = AB + AC$
- 4) $(B + C)A = BA + CA$
- 5) $AI = IA = A$
- 6) $A\mathbf{0} = \mathbf{0}A = \mathbf{0}$

สมบัติของเมทริกซ์สลับเปลี่ยน

ถ้า A และ B เป็นเมทริกซ์ใด ๆ ที่นำมาบวกหรือคูณกันได้ k เป็นจำนวนจริงใด ๆ เมทริกซ์สลับเปลี่ยนมีสมบัติดังนี้

1. $(A^T)^T = A$
2. $(kA)^T = kA^T, k \in \mathbb{R}$
3. $(A + B)^T = A^T + B^T$
4. $(AB)^T = B^T A^T$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องเมทริกซ์ให้นักเรียนรับทราบ
2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนในเวลาที่กำหนด แล้วนำผลการสอบของนักเรียนแบ่งเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ได้คะแนนสูง ปานกลาง และต่ำ หลังจากนั้นให้นักเรียนแบ่งกลุ่มละ 5-6 คน โดยแต่ละกลุ่มมีนักเรียนที่มีผลการสอบครบทั้ง 3 กลุ่ม

ขั้นสอน

1. ครูยกตัวอย่างปัญหา และวิธีการแก้ปัญหาโดยใช้ความรู้เรื่อง เมทริกซ์ ซึ่งมีแผ่นใส แผนภาพ และ

Power Point ประกอบการอธิบาย

2. ครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันปฏิบัติตามใบงานหน่วยที่ 6.1 - 6.7 ในเวลาที่กำหนด
3. ให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนนำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปราย ตรวจสอบความถูกต้องและปรับมือให้กำลังใจผู้นำเสนอผลงาน
2. ครูให้นักเรียนทบทวนบทเรียนและทำแบบฝึกหัดเพิ่มเติมและส่งใบงานในเวลาที่กำหนด
3. นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบงาน / แบบฝึกหัด
2. แผ่นใส
3. แผนภาพ
4. Power Point
5. หนังสือคณิตศาสตร์ไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์

การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล
 - 1.1 สังเกตจากการร่วมปฏิบัติกิจกรรม
 - 1.2 สังเกตจากการ ถาม- ตอบ
 - 1.3 ตรวจแบบฝึกหัด / ใบงาน
 - 1.4 ตรวจแบบทดสอบ
2. เครื่องมือวัดและประเมินผล
 - 2.1 ใบงาน /แบบฝึกหัด
 - 2.2 แบบทดสอบ

3. เกณฑ์การประเมินผล

3.1 ตอบคำถามได้ถูกต้อง

3.2 ทำใบงาน / แบบฝึกหัดถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์

3.3 ทำแบบทดสอบถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์



แผนการจัดการเรียนรู้ หน่วยที่ 7 เรื่อง ดีเทอร์มิแนนต์

สอนครั้งที่ 10 – 11 จำนวน 4 ชั่วโมง

.....สาระการเรียนรู้

- 7.1 ความหมายของดีเทอร์มิแนนต์
- 7.2 การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์
- 7.3 สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์
- 7.4 ไมเนอร์และโคแฟกเตอร์
- 7.5 การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์โดยวิธีกระจายโคแฟกเตอร์

สมรรถนะประจำบท

- 1) คำนวณค่าดีเทอร์มิแนนต์โดยใช้วิธีดำเนินการของเมทริกซ์
- 2) ประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์ในงานอาชีพ

สาระสำคัญ

ดีเทอร์มิแนนต์ คือ กลุ่มของจำนวนจริงซึ่งเขียนเรียงกันคล้ายรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสภายในเส้นโค้งสองเส้น และจำนวนที่อยู่ภายในเส้นโค้งนั้น เรียกว่า สมาชิกของดีเทอร์มิแนนต์

สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์

กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์จัตุรัสที่มีขนาด $m \times m$ แล้ว ดีเทอร์มิแนนต์ ของ A มีสมบัติดังนี้

1. ถ้า A เป็นเมทริกซ์ที่มีสมาชิกในหลักใด หลักหนึ่งหรือแถวใดแถวหนึ่ง มีค่าเป็น 0 ทุกตัว แล้ว $\det A = 0$
2. ถ้าสมาชิกในสองหลักใด ๆ หรือสองแถวใด ๆ ของเมทริกซ์ A มีค่าเท่ากันแล้ว $\det A = 0$
3. ถ้า A เป็นเมทริกซ์ที่มีสมาชิกในหลัก (หรือแถว) เป็น k เท่าของอีกหลัก (หรือแถว) หนึ่ง โดยที่ $k \neq 0$ แล้ว $\det A = 0$

4. ถ้าเมทริกซ์ B เกิดจากการสลับ 2 หลักใด ๆ (หรือ 2 แถวใด ๆ) ของ A แล้ว

$$\det B = -\det A$$

5. ถ้าเมทริกซ์ B เกิดจากการนำจำนวน k คูณหลักใดหลักหนึ่ง หรือแถวใดแถวหนึ่ง

$$\text{ของ } A \text{ แล้ว } \det B = k \det A$$

6. ถ้า A เป็นเมทริกซ์จัตุรัส มีขนาด $m \times m$ และ k เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว

$$\det(kA) = k^m \det A$$

7. ถ้า A และ B เป็นเมทริกซ์จัตุรัสมีขนาดเท่ากันแล้ว $\det(AB) = \det A \times \det B$

8. ถ้า A เป็นเมทริกซ์สามเหลี่ยมใด ๆ แล้ว $\det A$ เท่ากับผลคูณของสมาชิกในตำแหน่งเส้นทแยงมุมหลัก

9. ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์สลับเปลี่ยนใด ๆ มีค่าเท่ากับ ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์นั้น

$$\text{นั่นคือ } \det A^T = \det A$$

ไมเนอร์ (Minor) กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์จัตุรัส ไมเนอร์ของสมาชิก a_{ij} คือ ค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ย่อยที่เกิดจากการตัดแถวที่ i และตัดหลักที่ j เขียนแทนด้วย M_{ij}

โคแฟกเตอร์ (Cofactor) กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์จัตุรัส โคแฟกเตอร์ของสมาชิก a_{ij} คือ ผลคูณของ $(-1)^{i+j}$ กับ M_{ij} เขียนแทนด้วย c_{ij}

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนมีความรู้เรื่องดีเทอร์มิแนนต์

จุดประสงค์นำทาง ผู้เรียนสามารถ

1. บอกความหมายของดีเทอร์มิแนนต์ได้
2. หาค่าดีเทอร์มิแนนต์ของข้อมูลที่กำหนดให้ได้
3. หาค่าดีเทอร์มิแนนต์โดยใช้สมบัติของข้อมูลที่กำหนดให้ได้
4. หาค่าไมเนอร์และโคแฟกเตอร์ของข้อมูลที่กำหนดให้ได้
5. ประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์ในงานอาชีพได้

เนื้อหาสาระ

ดีเทอร์มิแนนต์ คือ กลุ่มของจำนวนจริงซึ่งเขียนเรียงกันคล้ายรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสภายในเส้นโค้งสองเส้น และจำนวนที่อยู่ภายในเส้นโค้งนั้น เรียกว่า สมาชิกของดีเทอร์มิแนนต์

ดีเทอร์มิแนนต์ของ A เขียนแทนด้วย

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \quad \text{หรือ} \quad \det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$$

เมทริกซ์ที่มีขนาด 1×1

ถ้า $A = [a_{11}]$ จะได้ $\det A = a_{11}$

เมทริกซ์ที่มีขนาด 2×2

เมทริกซ์ขนาด 2×2 หาค่าดีเทอร์มิแนนต์ได้ดังนี้

$$\text{กำหนดให้} \quad A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

$$\text{จะได้} \quad \det A = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$$

$$= ad - cb$$

$$\text{หรือ กำหนดให้} \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$$

$$= a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}$$

นั่นคือ ค่าดีเทอร์มิแนนต์อันดับสอง = ผลคูณของสมาชิกในแนวทแยงลง - ผลคูณของสมาชิกในแนวทแยงขึ้น

เมทริกซ์ที่มีขนาด 3×3

เมทริกซ์ที่มีขนาด 3×3 หาค่าดีเทอร์มิแนนต์ได้ดังนี้

$$\text{กำหนดให้} \quad A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \det A &= \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \\ &= a_1 b_2 c_3 + a_2 b_3 c_1 + a_3 b_1 c_2 - c_1 b_2 a_3 - c_2 b_3 a_1 - c_3 b_1 a_2 \end{aligned}$$

วิธีหาค่าดีเทอร์มิแนนต์อันดับสามข้างต้น อาจทำได้โดยนำหลักที่ 1 และ หลักที่ 2

มาเขียนต่อท้ายจากหลักที่ 3 ดังนี้

$$\begin{aligned} \det A &= \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} \begin{matrix} - & - & - \\ + & + & + \end{matrix} \\ &= a_1 b_2 c_3 + a_2 b_3 c_1 + a_3 b_1 c_2 - c_1 b_2 a_3 - c_2 b_3 a_1 - c_3 b_1 a_2 \end{aligned}$$

นั่นคือ

ค่าดีเทอร์มิแนนต์อันดับสาม = ผลรวมของผลคูณของสมาชิกในแนวทแยงลง - ผลรวมของผลคูณสมาชิกในแนวทแยงขึ้น

สมบัติของดีเทอร์มิแนนต์

กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์จัตุรัสที่มีขนาด $m \times m$ แล้ว ดีเทอร์มิแนนต์ ของ A มีสมบัติดังนี้

1. ถ้า A เป็นเมทริกซ์ที่มีสมาชิกในหลักใด หลักหนึ่งหรือแถวใดแถวหนึ่ง มีค่าเป็น 0 ทุกตัว แล้ว $\det A = 0$
2. ถ้าสมาชิกในสองหลักใด ๆ หรือสองแถวใด ๆ ของเมทริกซ์ A มีค่าเท่ากันแล้ว $\det A = 0$
3. ถ้า A เป็นเมทริกซ์ที่มีสมาชิกในหลัก (หรือแถว) เป็น k เท่าของอีกหลัก (หรือแถว) หนึ่ง โดยที่ $k \neq 0$ แล้ว $\det A = 0$
4. ถ้าเมทริกซ์ B เกิดจากการสลับ 2 หลักใด ๆ (หรือ 2 แถวใด ๆ) ของ A แล้ว

$$\det B = -\det A$$

5. ถ้าเมทริกซ์ B เกิดจากการนำจำนวน k คูณหลักใดหลักหนึ่ง หรือแถวใดแถวหนึ่งของ A แล้ว $\det B = k \det A$

6. ถ้า A เป็นเมทริกซ์จัตุรัส มีขนาด $m \times m$ และ k เป็นจำนวนจริงใด ๆ แล้ว

$$\det(kA) = k^m \det A$$

7. ถ้า A และ B เป็นเมทริกซ์จัตุรัสมีขนาดเท่ากันแล้ว $\det(AB) = \det A \times \det B$
8. ถ้า A เป็นเมทริกซ์สามเหลี่ยมใด ๆ แล้ว $\det A$ เท่ากับผลคูณของสมาชิกในตำแหน่งเส้นทแยงมุมหลัก
9. ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์สลับเปลี่ยนใด ๆ มีค่าเท่ากับ ดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์นั้น
นั่นคือ $\det A^T = \det A$

ไมเนอร์ (Minor) กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์จัตุรัส ไมเนอร์ของสมาชิก a_{ij} คือ ค่าดีเทอร์มิแนนต์ของเมทริกซ์ย่อยที่เกิดจากการตัดแถวที่ i และตัดหลักที่ j เขียนแทนด้วย M_{ij}

โคแฟกเตอร์ (Cofactor) กำหนดให้ A เป็นเมทริกซ์จัตุรัส โคแฟกเตอร์ของสมาชิก a_{ij} คือ ผลคูณของ $(-1)^{i+j}$ กับ M_{ij} เขียนแทนด้วย c_{ij}

การหาค่าดีเทอร์มิแนนต์โดยวิธีการกระจายโคแฟกเตอร์

นิยาม ถ้า A เป็นเมทริกซ์จัตุรัสมีขนาด $m \times m$ โดยที่ $m \geq 2$ แล้ว

$$\det A = \sum_{i=1}^m a_{ij}c_{ij} \quad \text{เมื่อพิจารณาจากแถวที่ } i \text{ หรือหลักที่ } j$$

จะได้ว่า เมื่อ $i = 1, 2, 3, \dots, m$

และ $j = 1, 2, 3, \dots, m$

เมื่อใช้แถวที่ i เป็นหลักในการกระจาย

$$\text{จะได้ } \det A = \sum_{i=1}^m a_{ij}c_{ij} = a_{i1}c_{i1} + a_{i2}c_{i2} + a_{i3}c_{i3} + \dots + a_{im}c_{im}$$

เมื่อใช้หลักที่ j เป็นหลักในการกระจาย

$$\text{จะได้ } \det A = \sum_{i=1}^m a_{ij}c_{ij} = a_{1j}c_{1j} + a_{2j}c_{2j} + a_{3j}c_{3j} + \dots + a_{mj}c_{mj}$$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องดีเทอร์มิแนนต์ให้นักเรียนรับทราบ
2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนในเวลาที่กำหนด แล้วนำผลการสอบของนักเรียนแบ่งเป็น

3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ได้คะแนนสูง ปานกลาง และต่ำ หลังจากนั้นให้นักเรียนแบ่งกลุ่มละ 5-6 คน โดยแต่ละกลุ่มมีนักเรียนที่มีผลการสอบครบทั้ง 3 กลุ่ม

ขั้นตอน

1. ครูอธิบายความรู้ประกอบแผ่นใส Power point เรื่อง ดีเทอร์มิแนนต์
2. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มร่วมกันปฏิบัติตามใบงานหน่วยที่ 7.1 , 7.2 และ 7.3 ในเวลาที่กำหนด
3. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทน นำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียน
4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนความคิดเห็น โดยการอภิปรายซักถาม

ขั้นสรุป

1. ครูสรุปผลงานของนักเรียนแต่ละกลุ่ม พร้อมอธิบาย ชี้แนะเพิ่มเติม และสอดแทรกเรื่อง ความซื่อสัตย์ การตรงต่อเวลา และมีมนุษยสัมพันธ์
2. ครูให้นักเรียนทบทวนบทเรียน แก้ไขข้อบกพร่อง แล้วส่งใบงานในเวลาที่กำหนด
3. นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบงาน / แบบฝึกหัด
2. แผ่นใส
3. Power Point
4. หนังสือคณิตศาสตร์ไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์

การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล
 - 1.1 สังเกตจากการร่วมปฏิบัติกิจกรรม
 - 1.2 สังเกตจากการ ถาม - ตอบ
 - 1.3 ตรวจแบบฝึกหัด / ใบงาน
 - 1.4 ตรวจแบบทดสอบ
2. เครื่องมือวัดและประเมินผล
 - 2.1 ใบงาน /แบบฝึกหัด
 - 2.2 แบบทดสอบ

3. เกณฑ์การประเมินผล

3.1 ตอบคำถามได้ถูกต้อง

3.2 ทำใบงาน / แบบฝึกหัดถูกต้อง 80% ถือว่าผ่านเกณฑ์

3.3 ทำแบบทดสอบถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์



แผนการจัดการเรียนรู้ หน่วยที่ 8 เรื่อง การแก้ระบบสมการเชิงซ้อน สอนครั้งที่ 12 – 13 จำนวน 4 ชั่วโมง

สาระการเรียนรู้

- 8.1 ระบบสมการเชิงเส้น
- 8.2 การแก้ระบบสมการเชิงเส้น โดยใช้ดีเทอร์มิแนนต์
- 8.3 การประยุกต์ใช้ดีเทอร์มิแนนต์แก้ระบบสมการเชิงเส้น

สมรรถนะประจำหน่วย

ประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับดีเทอร์มิแนนต์หาคำตอบของระบบสมการเชิงเส้นไม่เกินสามตัวแปร

สาระสำคัญ

ระบบสมการเชิงเส้น คือ ระบบสมการที่มีตัวแปรมากกว่า 1 ตัวแปร มีเลขชี้กำลังของตัวแปรเป็น 1
การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้ดีเทอร์มิแนนต์

$$\begin{aligned}x &= \frac{D_x}{D}, \text{ เมื่อ } D \neq 0 \\y &= \frac{D_y}{D}, \text{ เมื่อ } D \neq 0 \\z &= \frac{D_z}{D}, \text{ เมื่อ } D \neq 0\end{aligned}$$

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนมีความรู้เรื่องการแก้ระบบสมการเชิงซ้อน

จุดประสงค์นำทาง ผู้เรียนสามารถ

1. แก้ระบบสมการเชิงเส้นไม่เกินสามตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มิแนนต์ได้
2. ประยุกต์ใช้ความรู้เกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้ดีเทอร์มิแนนต์ในงานอาชีพได้

เนื้อหาสาระ

ระบบสมการเชิงเส้น คือ ระบบสมการที่มีตัวแปรมากกว่า 1 ตัวแปร มีเลขชี้กำลังของตัวแปรเป็น 1

การแก้ระบบสมการเชิงเส้นโดยใช้ดีเทอร์มิแนนต์

การแก้ระบบสมการเชิงเส้น 2 ตัวแปร โดยใช้ดีเทอร์มิแนนต์

กำหนดให้ x และ y เป็นตัวแปรของระบบสมการ

ระบบสมการ $a_1x + a_2y = c_1$ ————— 1

$b_1x + b_2y = c_2$ ————— 2

ให้ D แทน ดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ของตัวแปร

D_x แทน ดีเทอร์มิแนนต์ของตัวแปร x

D_y แทน ดีเทอร์มิแนนต์ของตัวแปร y

จะได้

$$x = \frac{D_x}{D} = \frac{c_2b_2 - c_2a_2}{a_1b_2 - b_1a_2}$$

และ

$$y = \frac{D_y}{D} = \frac{a_1c_2 - b_1c_1}{a_1b_2 - b_1a_2}$$

การแก้ระบบสมการเชิงเส้น 3 ตัวแปรโดยใช้ดีเทอร์มิแนนต์

กำหนดให้ x, y และ z เป็นตัวแปรของระบบสมการ

ระบบสมการ $a_1x + a_2y + a_3z = d_1$ ————— 1

$b_1x + b_2y + b_3z = d_2$ ————— 2

$c_1x + c_2y + c_3z = d_3$ ————— 3

ให้ D แทน ดีเทอร์มิแนนต์ของสัมประสิทธิ์ของตัวแปร

D_x แทน ดีเทอร์มิแนนต์ของตัวแปร x

D_y แทน ดีเทอร์มิแนนต์ของตัวแปร y

D_z แทน ดีเทอร์มิแนนต์ของตัวแปร z

$$x = \frac{D_x}{D}, \text{ เมื่อ } D \neq 0$$

$$y = \frac{D_y}{D}, \text{ เมื่อ } D \neq 0$$

$$z = \frac{D_z}{D}, \text{ เมื่อ } D \neq 0$$

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้เรื่องการประยุกต์ใช้ดีเทอร์มิแนนต์ให้นักเรียนรับทราบ
2. ให้นักเรียนทำแบบทดสอบก่อนเรียนในเวลาที่กำหนด แล้วนำผลการสอบของนักเรียนแบ่งเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มที่ได้คะแนนสูง ปานกลาง และต่ำ หลังจากนั้นให้นักเรียนแบ่งกลุ่มละ 5-6 คน โดยแต่ละกลุ่มมีนักเรียนที่มีผลการสอบครบทั้ง 3 กลุ่ม
3. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายเกี่ยวกับการแก้ระบบสมการเชิงเส้น

ขั้นสอน

1. ครูอธิบายความรู้เรื่องการซื้อขายในระบบฟอนซาระ โดยใช้ Power point
2. ให้นักเรียนปฏิบัติตามใบงานหน่วยที่ 8 ในเวลาที่กำหนด
3. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มแลกเปลี่ยนความคิดเห็น โดยการอภิปรายซักถาม
4. ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มส่งตัวแทน นำเสนอผลงานหน้าชั้นเรียนในเวลาที่กำหนด

ขั้นสรุป

1. ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายข้อดีข้อเสียของการประยุกต์ใช้ดีเทอร์มิแนนต์
2. ครูสรุปผลงานของนักเรียนแต่ละกลุ่ม พร้อมอธิบายและชี้แนะเพิ่มเติม โดยสอดแทรกให้นักเรียน ตัดสินใจในการดำรงชีวิตอย่างมีเหตุผล
3. ครูให้นักเรียนทบทวนบทเรียน แก่ไขข้อบกพร่อง แล้วส่งใบงานในเวลาที่กำหนด
4. นักเรียนทำแบบทดสอบหลังเรียน

สื่อและแหล่งการเรียนรู้

1. ใบงาน / แบบฝึกหัด
2. Power Point
3. หนังสือคณิตศาสตร์ไฟฟ้าและอิเล็กทรอนิกส์

การวัดผลและประเมินผล

1. วิธีวัดและประเมินผล
 - 1.1 สังเกตจากการร่วมปฏิบัติกิจกรรม
 - 1.2 สังเกตจากการ ถาม- ตอบ
 - 1.3 ตรวจแบบฝึกหัด / ใบงาน
 - 1.4 ตรวจแบบทดสอบ
2. เครื่องมือวัดและประเมินผล
 - 2.1 ใบงาน /แบบฝึกหัด
 - 2.2 แบบทดสอบ
3. เกณฑ์การประเมินผล
 - 3.1 ตอบคำถามได้ถูกต้อง
 - 3.2 ทำใบงาน / แบบฝึกหัดถูกต้อง 80% ถือว่าผ่านเกณฑ์
 - 3.3 ทำแบบทดสอบถูกต้อง 60% ถือว่าผ่านเกณฑ์